氏　名　デ　レヴァ　ジャコモ

主論文審査の要旨

デ レヴァ ジャコモ氏は学位論文において、2011年に掲載予定のKuwae–Shioyaの論文によって導入されたアレキサンドロフ空間上のBG条件という「リッチ曲率が下に有界かつ次元が上に有界」の概念に相当する条件を考え、その条件下で従来に知られていたポアンカレ不等式、ソボレフ不等式、放物型ハルナック不等式のより精密で大域的な評価を得ることに成功した。副産物としてリュウビル型定理や熱核の詳細な評価を得ている。アレキサンドロフ空間とは、測地空間でかつ「(断面)曲率が下に有界」という概念が付与された空間で、1950年代にA.D.Alexandrovによって導入されたものである。「(断面)曲率が下に有界」という概念は任意の測地三角形と定曲率の空間型における三辺の長さが同じ測地三角形とを比較して太っていることで定義される。M.Gromovによるリーマン多様体の崩壊理論の研究においてアレキサンドロフ空間が自然な例として出現することから1980年代初頭から脚光を浴びたが、その幾何学的構造が整備されたのは、幾何化予想、ポアンカレ予想の解決で有名になったペレリマン氏を含む1992年のBurago-Gromov-Perelmanの論文と、九州大学の大津幸男氏と東北大学の塩谷隆氏による1994年のOtsu-Shioya論文からである。特にOtsu-Shioya論文ではアレキサンドロフ空間から特異集合を抜けば弱い意味でリーマン計量がはいることを明示したため、アレキサンドロフ空間上でのラプラシアンの構成が可能かどうかは永らく懸案であった。これは2001年にKuwae-Machigashira-Shioya論文によってディリクレ形式の理論を経由することで解決された。特にこの論文ではラプラシアンやソボレフ空間の構成だけでなく、熱核の構成とその連続性をポアンカレの不等式と開球の体積に関する2倍条件と同等な放物型ハルナック不等式を用いて示した。この両条件はアレキサンドロフ空間の幾何学的構造をもとに示される。

Kuwae-Machigashira-Shioya論文において開球の体積に関する2倍条件は、リーマン多様体の場合の「リッチ曲率が下に有界」の条件下で示されるビショップ・グロモフ不等式を、アレキサンドロフ空間の「(断面)曲率が下に有界」の条件から示す。またポアンカレ不等式もアレキサンドロフ空間の「(断面)曲率が下に有界」の条件から示される。

デ レヴァ ジャコモ氏は、この部分の証明を「(断面)曲率の下に有界」の条件からBG条件の下でも成立することに成功し、結果として曲率の下限に依存した大域的でより精密なポアンカレ不等式を得た(Proposition 1.6.4, Corollary 1.6.1)。また開球の体積に関する2倍条件もより洗練された主張がBG条件から得られることも明示した(Proposition 1.6.2)。

BG条件の下で示されたこれらの精密化されたポアンカレ不等式と開球の体積に関する2倍条件の下で、氏は曲率の下限がはいった形での放物型ハルナック不等式を、アレキサ

ンドロフ空間を含む一般の測度距離空間の枠組みで示した(Theorem 2.3.1)。その応用としてアレキサンドロフ空間における２種類の Liouville 型定理を示した(Propositions 2.4.2 and 2.4.3)。これはリーマン多様体の場合に Li-Schoen によって証明された既存の結果の拡張である。さらに BG 条件の曲率の下限の値に依存した熱核の大域的な Gauss 型の上下評価を得た。これまでの熱核の評価は曲率の下限が０の場合のみ大域的な評価して得られていなかったが、それを改善したものになっている。

最後の章においてデ レヴァ ジャコモ氏は、少し強い条件設定ではあるが、必ずしもコンパクトではない特異性をもったリーマン多様体の点付グロモフ・ハルスドルフ収束の下での拡散過程の弱収束の結果も得ている。これらは佐賀大学理工学部・名誉教授・小倉幸雄氏による 2001 年の Ogura の論文において示されたコンパクトリーマン多様体上の拡散過程の弱収束の結果の拡張である。デ レヴァ ジャコモ氏はコンパクトの設定から非コンパクトの設定に拡張するため、通常のグロモフ・ハウスドルフ収束でなく、点付グロモフ・ハウスドルフ収束を用い、拡散過程も多様体全体上で定義されたものではなく、点付グロモフ・ハウスドルフ収束に準拠した半径が増大する開球上の吸収壁拡散過程としている。この設定で氏はいくつかの条件と初期分布の弱収束の仮定のもとで、Ogura と同様に、拡散過程そのものでなく、時間変更して飛躍過程にしたマルコフ過程の右連続左極限をもつ道の空間での弱収束を証明した(Theorem 3.1.1)。その証明において Ogura と異なるのは Ogura では Kasue-Kumura による熱核距離による収束をもちいた有限次元分布の収束であったのに対し、デ レヴァ ジャコモ氏の手法は 2003 年の Kuwae-Shioya の論文で定式化した、ヒルベルト空間を収束した設定でのエネルギー形式の変分収束の理論に基づいている。

以上により、デ レヴァ ジャコモ氏の提出した博士論文は、博士(学術)の学位論文として十分であることを認める。このことは、デ レヴァ ジャコモ氏が自立した研究活動を行なうに必要な高度な研究能力と学識を有することを示しており、試験の結果は合格とする。

審査委員	情報電気電子工学専攻応用数理講座担当教授	桑江一洋
審査委員	情報電気電子工学専攻応用数理講座担当教授	内藤幸一郎
審査委員	情報電気電子工学専攻応用数理講座担当教授	高田佳和
審査委員	理学専攻数理科学講座担当教授	小林治